Izcilā matemātiķa doc. E. Grinberga ieguldījums lietišķās matemātikas attīstībā Latvijā.

(Contribution in applied mathematics development in Latvia by outstanding mathematican E. Grinbergs.)

J. Dambītis

LU Matemātikas un informātikas institūts

Darbā aplūkoti „Grinberga nodaļas" darbinieku pētījumi lietišķajā matemātikā un sastādīts doc. E. Grinberga zinātnisko publikāciju saraksts. Daudzās matemātikas lietojumu nozarēs un teorētiskos pētījumos doc. E. Grinberga un viņa skolnieku darbi Latvijas matemātikas attīstībā ieņēmuši redzamu vietu.

Atslēgvārdi: matemātiskie modeļi, lietišķā matemātika, grafu teorija, kombinatorika.

Līdz ar doc. E. Grinberga (1911. – 1982.) pāriešanu darbā LVU Skaitļošanas centrā (1960. g.) viņa pētījumos piedalījās matemātikas studenti un jaunie speciālisti, kuri izveidoja tā saucamo „Grinberga grupu". 1969. gadā SC nodibināja Tuvināto metožu nodaļu, kuru vadīja E. Grinbergs un kuru vienkāršoti dēvēja par „Grinberga nodaļu", saglabāja nosaukumu arī pēc viņa nāves. Rakstā minēti vairāk nekā divdesmit jauno matemātiķu vārdi, jo arī viņu darbi deva nozīmīgu ieguldījumu lietišķās matemātikas attīstībā. Aplūkoti arī pētījumi, kurus veica tikai doc. E. Grinbergs.

„Grinberga grupas", vēlāk arī „Grinberga nodaļas" darbinieki doc. E. Grinbergu savās sarunās dziļā cieņā dēvēja vienkārši par „šefu".

Informāciju par doc. E. Grinberga biogrāfiju var gūt rakstos [55, 62], daļa viņa pētījumu lietišķajā matemātikā, kas nav aplūkoti šajā rakstā, izklāstīti darbā [56].

Ievērojami E. Grinberga darbi saistīti ar varbūtības teoriju un tās praktiskiem lietojumiem. Viņa interese par populācijas izdzīvošanu atrodami darbos [6, 7], paplašinot pētījumu loku, it kā iepriekšējo darbu turpinājumi ir vēlākās publi-

kācijas [28, 29]. Minētie darbi varētu būt E. Grinberga analītiskās pārdomas par mūsu tautas nākotni. Šajā virzienā atzīstams E. Grinberga ieguldījums telefona tīklu projektēšanā [15, 19] un varbūtību teorijas programmētā apmācībā [18].

Sešdesmito gadu nogalē E. Grinberga vadībā sadarbībā ar ZA Eksperimentālās medicīnas institūta speciālistiem aplūkoja problēmas medicīnā [35]. Viena no tām bija tuberkulozes slimnieku ārstēšana, veicot plaušu operāciju. Datorā ievadīja ārstu interesējošus slimnieka izmeklējumu un analīžu datus tūlīt pēc operācijas, tad trīs un sešus mēnešus pēc tās un, beidzot, pēc gada. Dati bija apkopoti aptuveni par 1000 operētiem slimniekiem. Par katru slimnieku datorā tika ievadīti ap 20 (ārstu interesējoši) medicīniski rādītāji. Šo informācijas sistēmu izstrādāja un apkalpoja Ē. Ģipslis.

Minētajā laikā Ē. Ikaunieks ar matemātisko metožu palīdzību pētīja Rīgas pilsētas ātrās medicīniskās palīdzības (ĀMP) brigāžu un apakšstaciju darbību. Darba rezultātā izstrādāja ĀMP modernizācijas iespējamos variantus.

1962. gada 4. novembrī notika pirmā Rīgas grafu teorijas semināra nodarbība LVU Skaitļošanas centra direktora E. Āriņa kabinetā, un viņš arī vadīja šo nodarbību, iepazīstinot klausītājus ar lineārām attieksmēm – K. Berža grāmatas pirmo nodaļu.

Semināra zinātniskā vadība nonāca it kā pašsaprotami E. Grinberga vadībā un pulcināja ap divdesmit tā aktīvus klausītājus, kas katrs referēja par vienu grāmatas nodaļu. Semināra apmeklētāju vidū bija arī vidusskolnieks I. Ripss, kurš E. Grinberga vadībā jau kā matemātikas students pētīja grafa novietošanu uz tora. Kā studentu viņu arī interesēja algebras jautājumi [58].

Gan raksta autors, gan arī I. Ilziņa 60. gadu nogalē aizstāvēja fizikas un matemātikas zinātņu kandidāta disertāciju, kas saturēja viņu pētījumu rezultātus grafu teorijā.

Grafs satur divas elementu kopas, pirmās kopas elementus sauc par virsotnēm, bet otrās – par šķautnēm, katra šķautne ir incidenta divām dažādām virsotnēm, un tās sauc par kaimiņvirsotnēm. I. Ilziņa un E. Grinbergs pētīja, kā

pareizi un ar minimālu skaitu krāsu izkrāsot grafa virsotnes. Divas kaimiņvirsotnes ir pareizi krāsotas, ja tās ir ar atšķirīgām krāsām (nevienādām). Darbā [17] aplūkotas metodes, kā krāsot grafa virsotnes ar minimālo (tuvu tam) krāsu skaitu. Pētījumu rezultātus lietoja VEF telefona centrāļu savienojumu „bizes" izgatavošanā, jo vienas krāsas vadi kalpoja tikai vienai kontaktu savienojuma kopai – katram savienojumam vajadzēja savu krāsu.

1972. gada janvārī Rīgā notika Vissavienības grafu teorijas ziemas skola, kurā piedalījās vairāk kā simts šīs teorijas speciālistu no visas Padomju Savienības. Rīgas grafu teorijas seminārs ar E. Grinbergu kā zinātnisko vadītāju iegūst plašu popularitāti. Rīgas seminārā ar lekcijām ierodas speciālisti no daudzām Padomju Savienības pilsētām. Sākot ar 70. gadu otro pusi Rīgas seminārā regulāri uzstājās ar lekcijām speciālisti no Kārļa Universitātes (Prāga) un Ilmenavas Tehniskās Skolas (Vācija). Ar Kārļa Universitātes un LVU SC Tuvināto metožu nodaļu noslēdza Zinātnisko Sadraudzības līgumu kopīgiem grafu teorijas pētījumiem. Pagājušā gadsimta 80. gadu nogalē un 90. gadu sākumā Rīgas grafu teorijas semināra darbība apsīkst, taču tagad tā P. Ķikusta vadībā atsāk savu darbību.

Prof. J. Bārzdiņa publikācija [57] grafu teorijā nav referēta Rīgas seminārā.

Nākamie trīs uzdevumi saistīti ar matemātikas lietojumiem ekonomikā, tiem ierosmi deva Latvijas PSR Valsts Plāna komiteja.

Ē. Ģipslis pētīja esošo piena pārstrādes uzņēmumu modernizācijas (jaudas palielināšanu vai uzņēmuma likvidāciju) variantu noteikšanu.

Rīgas ģenerālā plāna sabiedriskā transporta attīstības noskaidrošanai bija organizēta rīdzinieku aptauja par to maršrutiem, braucot uz darbu un no darba mājās. Aptaujāti bija ap 15 000 rīdzinieku. Aptaujas rezultātus 60. gadu pirmajā pusē SC ievadīja datorā un ar programmas palīdzību notika to analīze. Programmas izstrādāšanu un informācijas apstrādes darbus veica students A. Kalniņš. Rīgas pilsēta bija sadalīta ap 100 mikrorajonos, kas katrs veidoja grafa virsotni, un katras šķautnes svars raksturoja rīdzinieku skaitu, kuri lieto šo šķautni savā

ikdienas maršrutā. Analīzes rezultātā ieguva datus par jaunu sabiedriskā transporta maršrutu izveidi, kā arī to organizēšanu dienas laikā.

Arī 60. gadu nogalē SC risināja atšķirīgu transporta uzdevumu. Bija jānosaka autotransporta uzņēmuma maršruti pēc ik dienas uzdotiem piegādes uzdevumiem. Maršrutā varēja iekļaut ne vairāk kā divas piegādes vietas un bija jāizveido maršruti ar vismazāko nelietderīgo summāro garumu. Arī šim uzdevumam Rīgu sadalīja mikrorajonos, un bija zināmi maršrutu garumi starp jebkuriem diviem mikrorajoniem. Katrs mikrorajons bija noteikta grafa virsotne, bet maršruts – grafa virsotņu savienojoša ķēde. Ar lineārās programmēšanas metodēm šo uzdevumu izdevās atrisināt, tā atrisināšanā piedalījās SC Tuvināto metožu nodaļas darbinieki I. Hesina, Ē. Ģipslis, M. Bernupe un H. Zimina. Ik vakaru autotransporta uzņēmums nodeva SC pārvadājamā apjoma pieprasījumu nākamai dienai, bet no rīta saņēma visus konkrētos maršrutus pieprasījuma apmierināšanai.

Tālāk pakavēsimies pie grafu teorijas interesantākajiem teorētiskiem E. Grinberga un viņa skolnieku rezultātiem.

1965. gada pavasarī Novosibirskas ZA Matemātikas institūtā pie prof. A. Zikova stažējās ungāru matemātiķa A. Adama aspirante, šajā laikā arī raksta autors bija komandējumā pie prof. A. Zikova. Zikova seminārā aspirante (no Ungārijas) iepazīstināja ar Adama hipotēzi – katrā orientētā grafā ar kontūriem eksistē loks, kuru pārorientējot, rodas grafs ar mazāku kontūru skaitu nekā sākotnējam grafam. Atgriežoties Rīgā, izstāstīju seminārā par minēto hipotēzi, bet seminārā bija pierasts izklāstīt kādus savus pieņēmumus par aplūkojamiem jautājumiem. Raksta autors, gatavojoties uzstāties seminārā, bija ievērojis, ka pilniem orientētiem grafiem, izmetot vai pārorientējot minimālo loku kopu (ne skaita, bet kopu nozīmē), abos gadījumos izveidojās grafi bez kontūriem. Minēto apgalvojumu E. Grinbergs seminārā apšaubīja, taču nākamajā dienā viņš man ieteica to pierādīt.

Pirmais un otrais teorēmas pierādījums bija garš un saturēja sarežģītu matemātisku ideju, E. Grinbergs ieteica vēl padomāt un atrast vienkāršāku un īsāku pierādījuma veidu. Tā vien likās, ka E. Grinbergs zināja pierādījumu, bet nekādu norādi man gan nesniedza. Tagad, pārlūkojot viņa atstātās „kantora grāmatas" [56], var atrast orientēta grafa bez kontūriem virsotņu speciālu numerāciju, taču bez norādes par datumu. Arī man neatkarīgi no E. Grinberga izdevās atrast tādu virsotņu numerāciju un tad jau teorēmas pierādījuma gaita kļūst vienkārša un īsa.

Matemātikas literatūrā bija publicēta ideja par minimālo kopu noteikšanas metodi, lietojot matemātiskās loģikas sasniegumus. Apvienojot abu pētījumu rezultātus, izveidojām kopēju rakstu [20], A. Zikovs savā grafu teorijas grāmatā šo zinātnisko rezultātu dēvē par Grinberga - Dambīša teorēmu.

Neatkarīgi no mums arī A. Adams ir tieši tāpat pierādījis minēto apgalvojumu, referējis starptautiskā konferencē un publicējis, taču tas noticis pāris mēnešus pēc mūsu raksta publicēšanas.

E. Grinberga atstātajos grafu teorijas komentāros raksta autors atrada pētījumu aprakstu par Adama problēmas pretpiemēriem – grafiem, kuriem, pārorientējot jebkuru loku, kontūru skaits jaunajā grafā palielinās, salīdzinot ar doto grafu [53].

Raksta autors un Kārļa Universitātes profesors J. Nešetrils kā Starptautiskā Zinātniskā līguma vadītāji nolēma (1976.g. – 1991.g.) attīstīt tālāk E. Grinberga grafu teorijas pētījumus. Izdevās formulēt vispārīgu problēmu, kuras minimālais skaitlis atbilst Adama hipotēzei par viena loka pārorientēšanu, bet maksimālais skaitlis atbilst Grinberga - Dambīša teorēmas nosacījumiem [59]. Šajā vispārīgajā problēmā veidojās vienkāršāku problēmu virkne, kurā tika atrasti pretpiemēri, līdzīgi kā E. Grinberga darbā. Minētajā rakstā pierādīti arī citi grafu teorijas interesanti rezultāti.

Pagājušā gadsimta 60-to gadu vidū E. Grinbergs pierādīja ļoti ievērojamu teorēmu [24] par planāra grafa Hamiltona cikla eksistenci, kas bija cieši saistīta

ar tā saucamo četru krāsu problēmu. Šo problēmu izvirzīja deviņpadsmitā gadsimta vidū sakarā ar ģeogrāfisko karšu drukāšanu. E. Grinbergs pierādīja, ka planāram grafam ar Hamiltona ciklu un n virsotnēm ir spēkā šādas vienādības

$$\sum_{n>i\geq 3} f_i^I (i-2) = \sum_{n>i\geq 3} f_i^A (i-2) = n-2$$

Lielumi f_i^I (f_i^A) uzrāda Hamiltona cikla iekšējo (I) un ārējo (A) robežciklu skaitu ar garumu i. Grafs, kas uzzīmēts plaknē tā, ka jebkuras divas šķautnes zīmējumā nekrustojas, ir planārs. Hamiltona cikls plakni sadala ārējā un iekšējā plaknes daļā. Cikla garums ir virsotņu (šķautņu) skaits ciklā, Hamiltona cikls satur visas grafa virsotnes un tā garums ir n. Robežcikls ir tāds planāra grafa cikls, kas satur plaknes daļu (iekšēju vai ārēju) bez virsotnēm un šķautnēm.

Lietojot minētās teorēmas nosacījumus, E. Grinbergs izveidoja planārus grafus bez Hamiltona cikla, kuriem vienīgajiem vēl nebija pierādīta četru krāsu problēma. Pirms E. Grinberga uzskatīja, ka tādu grafu skaits ir ļoti mazs. Četru krāsu problēmu pierādīja tikai 10 gadus pēc raksta [24] publicēšanas.

V. Tats savā grafu teorijas grāmatā [60] E. Grinberga teorēmu nodēvē viņa vārdā, arī grāmatas ievadā minētas tikai 3 teorēmas to autoru vārdos: Kuratovska teorēma, kas nosaka planārus un neplanārus grafus, Bruksa teorēma, kas apgalvo, ka ar d+1 dažādām krāsām var pareizi nokrāsot visas grafa virsotnes, ja d ir grafa virsotnes maksimālais incidento (piederīgo) šķautņu skaits un Grinberga teorēma.

1992. gada oktobra populārzinātniskajā žurnālā (Scientific American) publicēts I. Stewart raksts „Murder at Ghastleigh Grange”, kas satur Grinberga teorēmas ļoti interesantu populāru izklāstu ar Šerloka Holmsa un Vatsona pārdomām. Taču šajā rakstā E. Grinbergs dēvēts par „krievu matemātiķi”.

Pagājušā gadsimta 70. gados E. Grinberga intereses pieder gan kombinatorikas jautājumiem: Šteinera trijniekiem, veidotājfunkcijām, gan arī grafu teorijas izomorfisma problēmai.

E. Grinbergs izstrādāja metodi pilnas Šteinera trijnieku sistēmas izveidei. B. Ikauniece ar datoru izskaitļoja pilnas Šteinera trijnieku sistēmas skaitļiem v = 13, 15, 19. Ja dota skaitļu kopa M = 1, 2, 3, ..., v, kur v≥3 un v = (1 vai 3) mod 6, tas nozīmē, ka, skaitli v dalot ar skaitli 6, rodas atlikums 1 vai 3, tikai tādi skaitļi v mums derīgi. Par Šteinera trijnieku sistēmu S_v sauksim trijnieku a, b, c ϵ M, kas katru pāri ab, ac un bc satur vienu reizi. Pilna Šteinera trijnieku sistēma Σv ir tāda visu trijnieku kopa(neviens trijnieks neatkārtojas, pāri var atkārtoties) no kopas M elementiem, kuri sadalās v' = v-2 Šteinera trijnieku sistēmā. Skaitliski rezultāti, pēc E. Grinberga domām, apstiprina hipotēzi, ka visiem v ≥9 v = (1 vai 3) mod 6 eksistē pilna Šteinera trijnieku sistēma. Darbā [45] trūkst matemātisko apgalvojumu pierādījumu, tie nav atrasti arī viņa matemātiskajā mantojumā [56], kā to rakstā solīja E. Grinbergs.

Minētajā desmitgadē E. Grinbergs un Ā. Kaca pētīja dažus grafa invariantus, grafa izomorfisma noteikšanai [47]. Grafam var būt atšķirīgas virsotņu numerācijas. Divi grafi ir izomorfi, ja to invarianti ir vienādi, bet ar dažādām virsotņu numerācijām. Diviem neizomorfiem grafiem vismaz viens patvaļīgs invariants ir atšķirīgs. E. Grinberga komentāros atrodam vairāk pārspriedumus par grafu invariantu pētījumu tālāku attīstību. Derētu šos pārspriedumus izvērtēt un publicēt. Par minētajiem jautājumiem E. Grinbergam ir plaša sarakste ar Maskavas un Novosibirskas grafu teorijas speciālistiem, kuri bija arī bieži Rīgas grafu teorijas semināra lektori.

Autora pētījumā par koku skaita novērtējumu grafā [61] ir ietverts arī E. Grinberga atrastais interesantais grafs.

E. Grinbergu ieinteresē pilnā grafā noteikt k-koku (koks ar k sakarības komponentēm) skaitu un citus invariantus. E. Grinberga pierādītā teorēma nosaka kāda objekta skaitu atkarīgu no diviem mainīgajiem. E. Grinbergs, lietojot teorēmas rezultātu, nosaka veidotājfunkciju koeficientus [54] trijiem dažādiem pilnā grafa kombinatoriskiem objektiem, no kuriem vienam objektam jau pirms E. Grinberga bija atrasta veidotājfunkcija.

E. Grinberga atstātajos matemātikas rēķinos, liekas, atrodami ne vieni vien neatklāti grafu teorijas un kombinatorikas pētījumi, kas gaida talantīgu un zinošu jauno matemātiķu izpētes interesi.

N. Gorobeca [63] realizēja E. Grinberga izstrādātu metodi divu cikliski līdzīgu izomorfu grafu kataloga izveidi datorā, izomorfi grafi atšķiras ar pozitīvu skaitļu piekārtojumu to šķautnēm.

Pēc zinātņu kandidāta disertācijas aizstāvēšanas E. Grinbergs sāka strādāt LVU Skaitļošanas centrā (SC), kur jau strādāja matemātiķi A. Vanags, Ļ. Kacnelsons u.c. Dators BESM-2 skaitļošanas darbu sāka 1961. gada pavasarī. Pirmās zināšanas par datoriem un programmām SC matemātiķi un tehniskās apkopes inženieri ieguva Maskavas organizācijās. Pirmie datora lietotāji galvenokārt bija LVU darbinieki – teorētiskās fizikas un matemātikas speciālisti.

Lai SC sekmīgi attīstītos, bija nepieciešams nodrošināt darbiniekus ar interesantiem zinātniski pētnieciskiem darbiem un problēmām līdz ar finansējumu tām. Te lieti derēja direktora E. Āriņa plašais paziņu loks matemātikas un kibernētikas speciālistu vidū. Daudzi Padomju Savienības matemātiķu kolektīvi, gan lielā slepenībā, mēģināja izstrādāt projektējama kuģa korpusa koordinātu aprēķināšanas metodi. Šī problēma nonāca E. Āriņa interešu lokā un ieinteresēja arī E. Grinbergu.

E. Grinberga zinātniskie pētījumi ģeometrijā apkopoti viņa maģistra un doktora (1943.g.) disertācijā, kā arī publikācijās [1 ÷ 5], ko var uzskatīt kā ļoti noderīgu sagatavošanās posmu viņa izstrādātai metodei kuģu korpusu metāla plākšņu izgatavošanas procesa automatizācijai [16].

Pārlūkojot E. Grinberga sešas „kuģa” kantora grāmatas, ir sastopamas pirmās viņa atzīmes, datētas ar 1961. gada maiju, par kuģa korpusa koordinātu metodes izstrādāšanu. Veikti daži eksperimentālu ideju aprēķini, protams, bez datora palīdzības, kuri parāda E. Grinberga lielo skaitļotāja talantu un arī rakstura īpašību – visas matemātiskās idejas un rēķinus novest līdz skaitliskam rezultātam.

E. Grinbergam bija zināmi arī Kijevas matemātiķu pētījumu rezultāti lidmašīnu korpusa koordinātu aprēķināšanai.

Kuģa korpusa koordinātu pirmo tuvinājumu deva kuģa projekta izstrādātāji – Ļeņingradas kuģu būves rūpnīcas speciālisti, bet daudz precīzāki un lielākā skaitā bija vajadzīgi plātņu deformācijas automātam. E. Grinbergs izstrādāja metodi, kā koordinātes precizēt un iegūt pietiekami lielā skaitā automātiskai plātņu izgriešanai un deformācijai. Viņš ieteica kuģa korpusa virsmas aprakstam lietot trīs savstarpēji perpendikulāras plaknes: vienu plakni kā kuģa klāju, otru – kuģa garenvirzienā, bet trešo – abām minētajām perpendikulāri. Kuģa korpusu sadalīt daļās ar paralēlām plaknēm katrā no aplūkotajām trijām plaknēm. Katru daļu aprakstīt ar polinomu tā, ka divu kaimiņu daļu polinomi ir atšķirīgi (korpusa virsma atšķiras), taču šķēluma plaknes kopīgajos punktos atšķirīgo polinomu vērtībām vajadzēja būt vienādām. Lai korpusu virsma būtu gluda, arī šo polinomu atvasinājuma vērtībām vajadzēja būt vienādām šķēluma plaknes kopīgajos punktos. Pēc tam saskaņot polinoma vērtības vajadzēja pa divu savstarpēji perpendikulāro šķēluma plakņu kopīgajiem punktiem. Beidzot bija jāsaskaņo atšķirīgo polinomu vērtības visām trijām šķēluma plaknēm kopīgajos punktos. Polinomu koeficientu noteikšana, zinot tikai kuģa korpusa virsmas nedaudzos dotos lielumus, bija izstrādātās metodes galvenā problēma.

Izstrādātās matemātiskās metodes ideja bija jānoprogrammē un jāpārbauda konkrētā kuģa korpusa koordinātu izskaitļošanā. SC 1962. gadā noslēdz līgumu ar Ļeņingradas kuģu būves rūpnīcu par jauna tankkuģa korpusa koordinātu aprēķinu metodes izstrādāšanu un izskaitļošanu. Tātad vajadzēja aprēķināt metāla plātņu izgriešanas līniju koordinātas no metāla veidnes, kuras garums bija ne mazāks par 20 m, ko veica izgriešanas automāts. Tad pēc aprēķinātajām koordinātām automātam vajadzēja deformēt plātni tā, lai to, novietojot korpusa vajadzīgā vietā, atstarpe starp plātnēm nepārsniegtu 5 mm. Gan izstrādājot metodi, gan arī tās programmu, E. Grinbergs iesaistīja darbā SC darbiniekus: A. Vanagu, Ļ. Kacnelsonu, I. Ozoliņu, Ā. Bēci (Kacu), Ē. Ikaunieku, A. Pētersoni (Ermušu),

L. Rakovsku (Čugunovu), A. Perelšteinu un R. Dumbravu. 1964. gada rudenī tika veikti 95% projektējamā tankkuģa (Pekina, Sofija u.c.) korpusa koordinātu aprēķini un nodoti rūpnīcai. Ar valdības lēmumu izstrādāto metodi ieviesa visās kuģu būves rūpnīcās.

Protams, par šo ievērojamo zinātnisko sasniegumu netika atklāti vēstīts ne presē, ne arī radiofonā, bet datorspeciālistu vidū tas tika ļoti augsti novērtēts un sekmēja SC tālāku datorparka paplašināšanu un modernizāciju.

Sākot ar 1947. gada janvāri, E. Grinbergs sāka strādāt rūpnīcā „Radiotehnika" par inženieri un uzsāka interesēties par matemātikas lietojumiem elektrisko ķēžu aprēķinos. Līdz E. Grinberga radošā mūža galam norit viņa zinātniski pētnieciskais darbs elektrisko, vēlāk elektronisko ķēžu projektēšanā. To ar panākumiem turpina viņa skolnieki līdz pagājušā gadsimta deviņdesmitajiem gadiem, tad arī beidzās tā saucamās „Grinberga nodaļas" zinātniskā darbība.

Aptuveni desmit gados E. Grinbergs kopīgi ar rūpnīcas inženieriem izstrādāja radio kontūru matemātiskos modeļus un to aprēķinu metodes.

Viena no svarīgākām radioaparāta ķēdēm ir filtri, kas izdala vienu (raidstacijas) frekvenci un to arī pastiprina, bet pārējās frekvences nofiltrē (noslāpē). E. Grinbergs izstrādāja matemātiskas metodes radio filtru elektrisko elementu aprēķināšanai, līdz ar to aizstājot inženiertehnisko maketēšanu. E. Grinberga atstātajā mantojumā rodami dokumenti par radiorūpnīcā ražoto aparātu projektējamo kontūru tehniskiem noteikumiem un izpildes termiņiem.

Nozīmīgs ieguldījums ir E. Grinberga izstrādātās matemātiskās aprēķinu metodes rūpnīcas ražoto radioaparātu augstai kvalitātei. Ikviens 50. gados ražotais RRR rūpnīcas aparāts saturēja E. Grinberga aprēķinātās elektriskās ķēdes.

Līdz ar E. Grinberga pāriešanu darbā ZA Fizikas institūtā (1956. g.) ievērojamā radioinženiera A. Apsīša vadītajā Radiotehnikas laboratorijā, viņš aktīvi iesaistās zinātniskās tēmas „Radiouztvērēju selektivitātes problēmas" (Проблемы избирательности радиоприёмных устройств) pētījumos. Pēc gada E. Grinbergs kopā ar A. Apsīti vada tēmu „Daudzkontūru filtri ar paaugstinātu

selektivitāti” (Многоконтурные фильтры с повышенной избирательностью), bet tēmas pētniecības darbā piedalās arī institūta inženieri A. Bute, A. Vītols un E. Ždanova.

E. Grinbergs savus zinātniskos rezultātus apkopoja zinātniskos rakstos [8, 9, 10, 12] un disertācijā.

Līdz ar Skaitļošanas centra dibināšanu ZA Fizikas institūtā 1959. gada februārī, kuru vadīja J. Daube, E. Grinbergs kļuva par centra Matemātikas sektora vadītāju.

Pārejot darbā pēc PSRS zinātņu kandidāta disertācijas aizstāvēšanas 1960. gada pavasarī uz LVU Skaitļošanas centru, E. Grinbergs turpināja zinātnisko sadarbību ar Ļeņingradas radioinženieriem un turpināja pētījumus elektrisko filtru teorijā un to lietojumos. Šo pētījumu sākumposmā bija iesaistīti arī Ļ. Kacnelsons, R. Dumbravs, D. Hermane, J. Koreckis, A. Zemītis [13]. Sešdesmito gadu vidū Ļ. Kacnelsona vadībā kopā ar I. Ozoliņu SC izstrādāja programmu kompleksu darbībām datorā ar polinomiem. Ar šī kompleksa palīdzību pētīja Čebiševa polinomu un daļu īpašības, lai lietotu optimālu filtru izveidošanā (Ļ. Kacnelsons, I. Ozoliņš, B. Ikauniece) [22]. Līdz ar pusvadītāju elementu ieviešanu elektroniskās shēmās to straujais attīstības temps prasīja nepārtrauktu matemātisko metožu pilnveidošanu, tādēļ šajā virzienā pētījumi SC notika līdz pat 90. gadu sākumam, kuros iesaistījās bez iepriekšminētajiem arī M. Ņeizvestnijs un A. Zīlīte [27, 40, 41, 42, 46, 50, 51, 52].

Ar E. Āriņa ziņu 60. gadu nogalē SC ieradās BESM tipa datoru projektētāji S. Čunajevs, A. Grišakovs, G. Rjabovs u.c. no Maskavas Ļebedeva institūta, un notika pārrunas par pusvadītāju shēmu projektēšanas automatizācijas iespējām. Vajadzēja izstrādāt pusvadītāju shēmas matemātisko modeli un tad ar datora palīdzību analizēt tā darbību, pašu shēmu neizgatavojot. Notikušo sarunu un pētījumu rezultātā tika izstrādāti tehniskie nosacījumi šāda programmu kompleksa darbībai un atbilstošais līgums „Loģisku (elektronisku) shēmu matemātisko modeļu automatizētas izveides metožu, algoritmu un programmu izstrāde”

(1968.g.) (Разработка методов, алгоритмов и программ для автоматизированного составления математических моделей электронных логических схем). Kompleksu veidoja divi varianti, Rīgas variantu izstrādāja FORTRAN valodā datoram GE-400, bet Maskavas variants bija izstrādāts BESM tipa datoram, abiem variantiem kopēji bija pusvadītāju modeļi un risināšanas metodes. Liels darbs bija jāiegulda kompleksa „valodas" izstrādāšanā, kas saturēja nosacījumus shēmas uzdošanai un ievadam datorā, tāpat vajadzēja izstrādāt shēmu analīzes iespējas. Svarīgi bija izstrādāt efektīvas shēmu matemātiskā modeļa atrisināšanas metodes. Pusvadītāju elementu modernizācija un shēmu elementu skaita palielinājums nepārtraukti prasīja risināšanas metožu darbības ātruma palielināšanu. Dažādām pusvadītāju shēmu klasēm bija ļoti atšķirīgi matemātiskie modeļi un līdz ar to arī atšķirīgas risināšanas metodes. SC šo lielo projektu Ļ. Kacnelsona vadībā izstrādāja viņa laboratorijas darbinieki līdz pat 90. gadu sākumam. Pētījumu sākumposmā to izpildīja B. Vikmanis, A. Vanags, I. Ozoliņš, A. Zavorins un I. Kan-Kagans, tad pievienojās J. Kelmans un L. Pohvaļina.

Pagājušā gadsimta 70. gadu sākumā sākās arī ilgstošā sadarbība ar rūpnīcas „Alfa" konstruktoru biroju lineāro integrālo shēmu analīzē, kurā piedalījās arī A. Ermuša un E. Guļevskis, filtru aprēķinos (A. Zemītis, M. Ņeizvestnijs) un ģeometrisko datu datorizētā apstrādē, lietojot zīmēšanas automātus (E. Kazule, V. Sokolovs un D. Ošniece).

Bez E. Grinberga matemātiskā talanta un zināšanām elektrisko shēmu aprēķinu metožu jomā diezin vai kāds uzņemtos atbildību par tik jaunu un komplicētu programmu kompleksu izstrādi. Septiņdesmito gadu sākumā izstrādāja minēto sistēmu [33, 34, 36, 37, 38, 39], bet desmitgades beigās to realizēja uz modernāka tipa datora [48, 49, 51]. Izstrādāto programmu kompleksu pilnveidoja līdz pat 90. gadu sākumam.

Integrālo shēmu projektēšanas automatizācijas programmu kompleksa izstrādāšanas vadītājs Ļ. Kacnelsons vadīja arī šī kompleksa ieviešanu vairākās rūpnīcās: „Alfa" Rīgā, Zeļenogradā (Piemaskavas integrālo shēmu izgatavoša-

nas pilsētiņā), Viļņā un citās. Ieviešanas process noteica papildpētījumus kompleksa pilnveidošanai un integrālo shēmu specifikācijas paplašināšanai, ietverot elementu skaita būtisku palielināšanu. Kompleksu izmantoja BESM tipa datoru, kā arī, liekas, datora „Elbruss" projektēšanā.

Integrālo shēmu projektēšanas jomā, sadarbojoties ar rūpnīcas „Alfa" konstruktoru biroja inženieriem jaunu integrālo shēmu ražošanā, grupa „Grinberga nodaļas" darbinieku (E. Grinbergs, Ļ. Kacnelsons, J. Dambītis, A. Vanags, I. Ozoliņš, A. Zavorins, L. Pohvaļina) un „Alfas" inženieru (A. Kovaļevskis, I. Andersons, V. Mamontovs, P. Rožukalns, V. Sokolovs) ieguva Latvijas PSR Valsts Prēmiju 1980. gadā par darbu „Integrālo shēmu projektēšanas automatizācijas matemātiskā un programmu nodrošinājuma izstrādāšana un ieviešana".

80. gadu nogalē integrālo shēmu projektēšanā jauns novirziens noteica pievēršanos grafu teorijai – pētījumiem grafu izomorfisma jomā, kurā nozīmīgi ir P. Ķikusta darbi [64].

Pagājušā gadsimta 70. gadu nogalē „Grinberga nodaļa" ievērojami paplašinājās. Nodaļā sāka pētniecības darbu D. Zeps, P. Ručevskis, I. Veilande, nedaudz vēlāk tai pievienojās A. Čipulis, Š. Berezins un S. Meļņiks. Nodaļai pievienojās arī visa prof. Ļ. Rubinšteina grupa. Profesors nomainīja naftas ieguves pētījumus [25] ar molekulu membrānu fizikālo īpašību pētījumiem. Šīs grupas pārstāvis B. Poļskis uzsāka vadīt pusvadītāju elementu fizikālo īpašību matemātisko izpēti līdz ar J. Rimšānu un A. Andersoni.

Pagājušā gadsimta 90. gadu sākumā „Grinberga nodaļa" izbeidza savu darbību. Daudzi nodaļas darbinieki izbrauca no Latvijas un turpināja zinātnisko darbu savā specialitātē Izraēlā un ASV, daži – aizgāja pensijā.

LITERATŪRA

I. E. Grinberga zinātnisko publikāciju saraksts

1. Über die Bestimmung von zwei speziellen Klassen von Eilinien. – Math. Ztschr., 1936, Bd 42, S. 51–57.

   Divu speciālu klašu ovālu noteikšana.
2. Par dažām transformācijām elementārajā ģeometrijā. – Grām.: Latv. matem. kongr. Rīga, 1936, 21.–36 . lpp.
3. Par n-dimensiju Eiklīda telpas līknēm. – Latv. Univers. Raksti, 1937.
4. Par poliedru tilpumu. – Latv. Univers. matem. stud. b-bas Raksti, 1940, 1. laid., 7.–9. lpp.
5. Par oskulāciju, superskulāciju un raksturīgiem punktiem. – Disert. zinātņu doktora grāda iegūšanai / Latv. Univers. Rīga,1943.
6. Dzimstības, mirstības un dabiskā pieauguma raksturošana. – Ž.: Latv. ekonomists, 1943, N 13/14. L. Tautsaimniecība.
7. Par populācijas skaitlisko attīstību pie nemainīgas dzimstības un mirstības. – Ž.: Latv. ekonomists, 1943, N 23/24. L. Tautsaimniecība.
8. Методы расчета пассивных электрических цепей. № 23/24. Рига; 1956, с. 3–19.

   Pasīvo elektrisko ķēžu aprēķināšanas metodes.
9. Об анализе и синтезе простых многоконтурных фильтров. – Изв. АН ЛатвССР, 1957, № 1, с. 149–159.

   Vienkāršu daudzkontūru filtru analīze un sintēze.
10. Формулы для анализа и синтеза простых многоконтурных фильтров. – В кн.: Сб. тр. НТОРиЭ им. Ф. С. Попова. М., 1958, с. 50–57.

    Formulas daudzkontūru filtru analīzei un sintēzei.
11. Об одной геометрической вариационной задаче. – Учен.зап. ЛГУ им. П. Стучки, 1958, т. 20, вып. 3, с. 153–164.

    Par kādu ģeometrisku variāciju problēmu.
12. О проблемах анализа и синтеза простых линейных схем. – Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. физ.-мат. наук. Л., 1959, с. 9.

    Vienkāršu lineāru shēmu analīzes un sintēzes problēmas.
13. Об одном приеме в синтезе цепей по заданному импедансу. – Изв. АН Латв. ССР, 1960, № 10, с. 79–86. Соавт. Л. З. Кацнельсон.

    Metode ķēžu sintēzei pēc dotās impedances.
14. К орпеделению свойств некоторых потенциальных полей. – Прикл. Магнитодинамика, 1961, № 12, с. 147–154.

    Dažu potenciālu lauku īpašību noteikšana.
15. О некоторых свойствах потерянного потока телефонного сообщения. – Учен. зап. ЛГУ им. П. Стучки, 1963, т. 47, с. 253–260. Соавт. М. А. Шнепс.

    Par dažām zaudēto plūsmu īpašībām telefonu sarunās.
16. Аналитическое согласование обводов корпуса судна. – Тр. ЦНИИТС, 1964, вып. 52, с. 3–40. Соавт.: А. А. Ванаг, Л. З. Кацнельсон, Г. А. Антонов, Э. А. Шелковникова.

    Kuģu korpusa šķēluma līniju analītiska saskaņošana (gludināšana).
17. О раскраске вершин неориентированных графов. – Автоматика и вычислит. техника, 1964, вып. 7, с. 143–153. Соавт. И. Г. Илзиня.

Neorientētu grafu virsotņu krāsošana.

18. Об одном опыте программированного обучения. – Учен.зап. ЛГУ им. П. Стучки, 1964,т. 69, с. 143–155. Соавт. М. А. Шнепс.

    Par kādu eksperimentu programmētā apmācībā.

19. О применении интегрального представления формулы Эрланга. – В кн.: Системы управления и коммутации. М., Наука, 1965, с. 47–49. Соавт. М. А. Шнепс.

    Par Erlanga formulas integrālās izteiksmes pielietošanuю

20. Некоторые свойства графов, содержащих контуры. – Латв. мат. ежегодник, 1966, вып. 2, с. 65–70. Соавт. Я. Я. Дамбит.

    Īpašības grafiem, kas satur kontūrus.

21. Оценка максимальной разности потерь при перестановке двух приборов. – Латв. мат. ежегодник, 1966, вып. 2, с. 71–78. Соавт. Г. Л. Ионин.

    Novērtējums maksimālajai zudumu starpībai, apmainot divas iekārtas.

22. Алгебраическое построение изоэкстремальных дробей Чебышева для синтеза оптимальных фильтров электрических колебаний. – В кн.: Тез. докл. и сообщ. на Всесоюз. межвуз. симпозиуме по прикл. мат. и кибернетике. Горький, 1967, с. 37. Соавт. Б. А. Икауниеце, Л. З. Кацнельсон, И. Э. Озолинь.

    Čebiševa izoekstremālo daļu algebriska konstrukcija optimālu elektrisko svārstību filtru sintēzei.

23. Об алгебраическом построении изоэкстремальных дробей Чебышеваю – Латв. мат. ежегодник, 1968, вып. 3, с. 89–100. Соавт. Л. З. Кацнельсон.

    Čebiševa izoekstremālo daļu algebriska konstruēšana (elektriskām ķēdēm).

24. О плоских однородных графах степени три без Гамильтоновых циклов. – Латв. мат. ежегодник, 1968, вып. 4, с. 51–58.

    Par plakaniem kubiskiem grafiem bez Hamiltona cikliem.

25. О расчете температурного поля в трехслойном пласте при нагнетании в него горячей жидкости. – В кн.: Теория и практика добычи нефти. М., Недра, 1968, с. 271–280, 11 соавт.

    Temperatūras lauka noteikšana, iesūknējot karstu ūdeni trīsslāņainā vidē.

26. Об одной задаче оптимального оперативного управления производством. – Латв. мат. ежегодник, 1970, вып. 7, с. 47–57. Соавт.: Л. З. Кацнельсон, М. И. Каплун, И. Э. Озолинь.

    Par kādu ražošanas optimālās operatīvās vadības problēmu.

27. Алгебраическое построение изоэкстремальных дробей Чебышева, пригодных для оптимального синтеза электрических цепей. – Латв. мат. ежегодник, 1970, вып. 8, с. 43–66. Соавт. Л. З. Кацнельсон.

    Čebiševa izoekstremālo daļu algebriska konstrukcija, kas noderīga optimālai elektrisku ķēžu sintēzei.

28. Анализ марковских процессов. I. Классификация состояний. – Тр. Всесоюз. НИИ мед. приборостроения. М., 1971, вып. 1, с. 37–44.

    Markova procesu analīze. I. Stāvokļu klasifikācija.

29. Анализ марковских процессов. II. Алгоритм вычислений. – Тр. Всесоюз. НИИ мед. приборостроения. М., 1971, вып. 1, с. 45–52.

    Markova procesu analīze. II. Skaitļošanas algoritmi.

30. Автоматическая система анализа моделей схем на языке Фортран (АСАМС-Ф). – В кн.: Четвертая Всесоюз. межвуз. конф. по теории и методам расчета нелинейных электрических цепей и систем. Тез. докл., Ташкент, 1971, т. 1, с. 128–129, 10 соавт.

    Shēmu modeļu automatizētā analīzes sistēma Fortrana valodā (ASAMS-F).

31. Численный анализ моделей полупроводниковых схем. – В кн.: Четвертая Всесоюз. межвуз. конф. по теории и методам расчета нелинейных электрических цепей и систем. Тез. докл., Ташкент, 1971, т. 1, с. 129–131, 7 соавт.

    Pusvadītāju shēmu modeļu skaitliskā analīze.

32. Обзор основных работ Э. И. Ариня по математике и кибернетике. – Латв. мат. ежегодник, 1972, вып. 11, с. 220–224. Соавт.: Я. Я. Дамбит, М. К. Зандере, Л. З. Кацнельсон.

    Pārskats par E. Āriņa darbiem matemātikā un kibernētikā.

33. Система анализа электронных схем. – Тр. Всесоюз. конф. «Автоматизация проектирования ЭВМ». М., 1972, с. 105–106, 10 соавт.

    Elektronisku shēmu analīzes sistēma.

34. Алгоритмический язык для анализа электронных логических схем. – Латв. мат. ежегодник, 1972, вып. 11, с. 25–43. Соавт.: А. А. Ванаг, А. Н. Заворин, Л. З. Кацнельсон, В. Н. Лозовой.

    Elektronisko loģisko shēmu analīzes algoritmiskā valoda.

35. Влияние вдыхания отрицательных аэронов на динамику разрушения введенных в организм морских свинок меченых туберкулезных микробактерий. – В кн.: Проблемы клинической биофизики. Рига, 1972, с. 144–148. Соавт. И. Скардс.

    Negatīvu aeronu ieelpošanas ietekme uz jūras cūciņu organismā ievadītu un iezīmētu tuberkulozes mikrobaktēriju sabrukšanas dinamiku.

36. Автоматизированная система анализа моделей схем на языке Фортран (АСАМС-Ф). Ч. 1. Общее описание и инструкция по использованию. Рига, 1972, с. 172, 12 соавт.

    Automatizēta sistēma shēmu modeļu analīzei Fortrana valodā. (1. daļa). Vispārīgais apraksts un pielietošanas instrukcija.

37. Автоматизированная система анализа моделей схем на языке Фортран (АСАМС-Ф). Ч. 2. Описание алгоритмов и программ. Рига, 1972, с. 184, 12 соавт.

    Automatizēta sistēma shēmu modeļu analīzei Fortrana valodā. (2. daļa). Algoritmu un programmu apraksts.

38. Автоматизированная система анализа моделей схем на языке Фортран (АСАМС-Ф). Ч. 3. Общая структура и программы. Рига, 1972, с. 172, 11 соавт.

    Automatizēta sistēma shēmu modeļu analīzei Fortrana valodā. (3. daļa). Vispārīgā struktūra un programmas.

39. Система анализа электронных схем и линий связи. – Латв. мат. ежегодник, 1974, вып. 14, с. 22–35, 10 соавт.

    Elektronisku shēmu un sakaru līniju analīzes sistēma.

40. Изоэкстремальные дроби Чебышева для оптимального синтеза электрических цепей. – В кн.: Избирательные системы с обратной связью. Таганрог, 1974, с. 215 - 216. Соавт.: Л. З. Кацнельсон, М. М. Неизвестный.

    Čebiševa izoekstremālo daļu izmantošana elektrisko ķēžu optimālai sintēzei.

41. Изоэкстремальные дроби Чебышева для оптимального синтеза электрических цепей. – В кн.: Тез. докл. конф. «Автоматизация проектирования с помощью ЭВМ

на промышленных предприятиях». Запорожье, 1974, с. 23–27. Соавт.: Л. З. Кацнельсон, М. М. Неизвестный.

Čebiševa izoekstremālo daļu izmantošana elektrisko ķēžu optimālai sintēzei.

42. Изоэкстремальные дроби Чебышева для оптимального синтеза фильтров. – В кн.: Тез. докл. ЛатИНТИ. Рига, 1974, с. 15–19. Соавт.: Л. З. Кацнельсон, М. М. Неизвестный.

Filtru optimāla sintēze, izmantojot Čebiševa izoekstremālās daļas.

43. Анализ электронных схем на ЭВМ. – В кн.: Всесоюз. науч.-техн. конф. по проблемам совершенствования проектирования радиотехн. систем и их элементов. Минск, 1975, с. 176–177, 10 соавт.

Elektronisko shēmu analīze ar elektroniskiem datoriem.

44. Автоматизированный комплекс для оптимизацииэлектронных схем. – В кн.: Всесоюз. науч.-техн. конф. по проблемам совершенствования проектирования радиотехн. систем и их элементов. Минск, 1975, с. 178–179, 7 соавт.

Automatizēts elektronisko shēmu optimizācijas komplekss.

45. О построении полных систем троек Штейнера. – Вопр. кибернетики, 1975, вып. 16, с. 21–29. Соавт. Б. А. Икауниеце.

Pilnu Šteinera trijnieku sistēmu konstrukcija.

46. Построение всех типов изоэкстремальных дробей Чебышева для оптимального синтеза электрических фильтров. – В кн.: радиотехника и электроника. Рига, 1977, с. 103–109. Соавт.: Л. З. Кацнельсон, М. М. Неизвестный.

Visu tipu Čebiševa izoekstremālo daļu konstrukcija elektrisko filtru optimālai sintēzei.

47. Использование некоторых инвариантных характеристик для установления изоморфизма графов. – Латв. мат. ежегодник, 1977, вып. 21, с. 124–135. Соавт. А. Кац.

Grafu izomorfisma noteikšana, izmantojot dažus invariantus raksturlielumus.

48. Моделирование интегральных схем на ЭВМ. – Латв. мат. ежегодник, 1977, вып. 21, с. 136–151. Соавт.: Л. З.Кацнельсон, А. А. Ванаг, И. Э. Озолинь, Е. С. Кельман.

Integrālo shēmu modelēšana ar datoriem.

49. Комплекс программ для моделирования иинтеградьных схем (КОМПРОМИС). – В кн.: Математическое моделирование. Рига, 1978, с. 3–13. 6 соавт.

Programmu komplekss integrālo shēmu modelēšanai (KOMPROMIS).

50. Изоэкстремальные дроби Чебышева для оптимального синтеза электрических цепей. – В кн.: Математическое моделирование. Рига, 1978, с. 57–70. Соавт. Л. З. Кацнельсон, М. М. Неизвестный.

Čebiševa izoekstremālās daļas elektriskoķēžu optimālai sintēzei.

51. Математическое и программное обеспечение для автоматизации проектирования интегральных схем. – В кн.: Междувед. сб. науч. тр. Рига, 1981, 121 с.

Integrālo shēmu automatizētās projektēšanas matemātiskais un programmu nodrošinājums.

52. Предельные апроксимационные возможности в задаче синтеза фильтров с ограниченной добротностью. – В кн.: Теоретическая электротехника. Львов, 1982, с. 51–60. Соавт. М. М. Неизвестный.

Ierobežotas kvalitātes filtru sintēzes labākās aproksimācijas iespējas.

53. Примеры не-адамовых мультиграфов. Латв. матем. ежегодник. Рига, Зинатне, вып. 31, 1987, с. 128–138.

Adama hipotēzes pretpiemēri.

54. О числе разбивающих покрытий полного графа. Acta Universitatis Latviensis. Rīga, Latvijas Universitāte, Matemātika, 605. sēj., 1997, lpp. 56–68.

Pilna grafa sadalošo pārklājumu skaits.

II. Citēto publikāciju saraksts

55. E. Riekstiņš, J. Dambītis. Rīgas matemātiskās skolas pārstāvis Dr. math. E. Grinbergs. – LZA Vēstis, B, № 6 (1993), LZA, Rīga, 1993, lpp. 78–80.

56. J. Dambītis. Dr. math. Emanuela Grinberga matemātiskais mantojums. – LU Raksti, Zinātņu vēsture un muzejniecība, № 661, Rīga, LU, 2004, lpp. 47–50.

57. Я. Барздинь. Проблема базиса направленных графов. – Уч. зап. Латв. Унив, т. 28, 1959, с. 33–44.

J. Bārzdiņš. Orientētu grafu bāzes problēma.

58. И. Рипс. Обобщение теорем Л. А. Калужнина и Ф. Холла на некоторые классы луп. – Латв. матем. ежегодник, вып. 2, Рига, Зинатне, 1966, с. 282–293.

I. Ripss. L. Kalužņina un F. Holla teorēmas vispārinājums speciālām lupu klasēm.

59. Я. Нешетрил, Я. Дамбит. Контуры и направленные разрезы в ориентированных графах. – Латв. матем. ежегодник, вып. 32, Рига, Зинатне, 1988, с. 78–84.

Kontūri un vienādi vērsti šķēlumi orientētos grafos.

60. W. T. Tutte. Graph Theory. Addison - Wesley Publ. Comp., 1984, p. 424.

61. Я. Дамбит. Оценка числа деревьев графа. – Латв. матем. ежегодник, вып. 12, Рига, Зинатне, 1973, с. 79–86.

Koku skaita novērtējums grafā.

62. J. Dambītis, (J. Reinfelds, ASV). On the life and works of Emanuels Grinbergs. – Proceedings of the first Estonian conference on graphs and applications, Tartu University, 1993, p. 34–44.

Emanuela Grinberga dzīve un darbi.

63. Н. Горобец. Алгоритм составления каталога подобных циклических графов. – Латв. матем. ежегодник, вып. 27, Рига, Зинатне, 1983, с. 210–215.

Līdzīgu ciklisku grafu kataloga izveides algoritms.

64. П. Кикуст. Организация перебора при поиске наибольшей клики графа. – Латв. матем. ежегодник, вып. 23, Рига, Зинатне, 1979, с. 147–150.

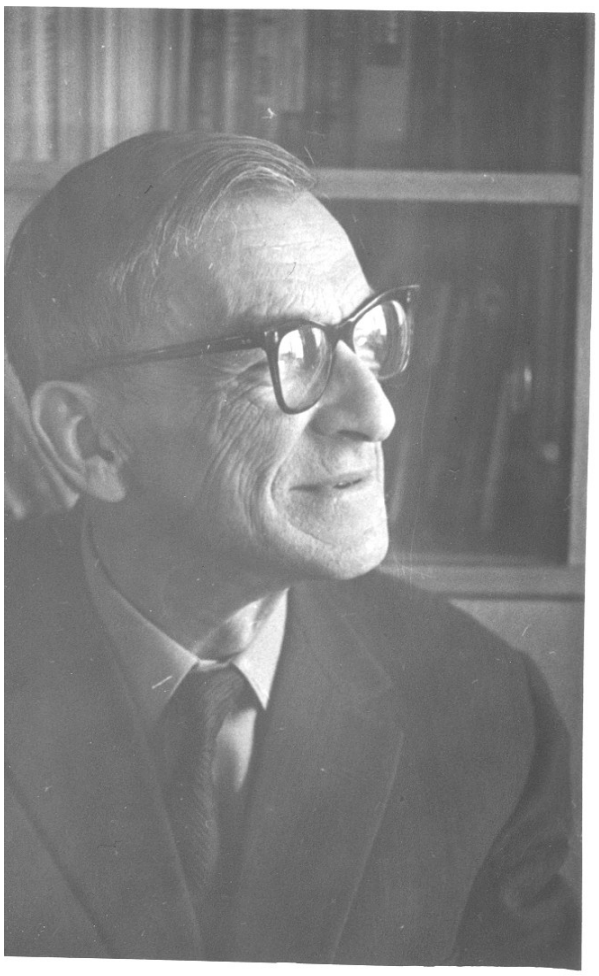
Pārlases organizēšana lielākās kliķes noteikšanai grafā.

Summary

The researches results of Doc. E. Grinbergs and his students make significant contribution into development of the Latvian mathematic.

Article considers „Grinberg's group" mathematical researches, gives an overview of the E. Grinbergs publications and joint publications of his group specialists as well as publications of group members. Those publications give impression of the unpublished scaentific results of Doc. E. Grinbergs.

E. Grinbergs



E. Grinbergs

Sēž no kreisās pirmajā rindā: Ļ. Kacnelsons, E. Grinbergs, L. Pohvaļina, A. Zīlīte, A. Ermuša, Ā. Kaca, P. Ķikusts, A. Zemītis. Otrajā rindā: E. Guļevskis, Š. Berezins, J. Keļmans, M. Ņeizvestnijs, I. Kan-Kagans, A. Vanags, I. Ozoliņš, B.Poļskis. Stāv J. Dambītis.